

MINT –Tag : Mathematik

Alles Zufall? Simulationen mit der Monte Carlo Methode

Viele reale Prozesse werden vom Zufall beeinflusst. Mit der MC-Methode simuliert man komplexe Probleme, die analytisch nur sehr schwer oder gar nicht lösbar sind. Die Simulationen können mit Zufallszahlen (Tabelle, Taschenrechner, Tabellenkalkulation), Würfeln oder Münzen durchgeführt werden.

Die MC-Methode wurde von Stanislaw Ulam und John von Neumann gegen Ende des zweiten Weltkriegs im Zusammenhang mit der Entwicklung der Atombombe eingesetzt. Die Mathematiker simulierten die Bewegung von Neutronen in verschiedenen Materialien. Von Neumann wählte den Namen „Monte Carlo“ in Anlehnung an die Spielbank Monte Carlo.

Die Schülerinnen und Schüler wiederholen zunächst mit dem Spiel „Schnick Schnack Schnuck“ Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung und lernen anschließend die Grundidee der Simulation kennen, indem sie Zufallsexperimente durch Zufallsexperimente mit gleichen Wahrscheinlichkeiten ersetzen.

Die Zufallszahlen werden entweder mit dem Taschenrechner, mit einem Ikosaeder-Würfel oder durch Drehen einer Zahlscheibe erzeugt.

In der eigentlichen Simulation untersuchen die Schülerinnen und Schüler, ob eine Ampelkreuzung auf Dauer dem Verkehr gewachsen ist.

Die Ausgangssituation: An der Kreuzung werden in jeder Ampelperiode höchstens 10 Pkw durchgelassen. Aus Verkehrszählungen weiß man, dass in 5 % der Perioden kein Fahrzeug, in 20% 5 Pkw, 45 % 10 Pkw und in 30% 15 Pkw ankommen.

Umsetzung in ein mathematisches Modell

Anzahl der ankommenden Pkw	0	5	10	15
Prozentzahl	5%	20%	45%	30%
Zugeordnete Zufallsziffer	01- 05	06 - 25	26 -70	71- 00

Simulationsbeispiel:

Nr. der Periode	Ziffer	Ankommende Pkw	Pkw Insgesamt	Durchgelassene Pkw	Nicht durchgelassene Pkw
1	72	15	15	10	5
2	93	15	20	10	10

In der Auswertung wird der theoretische Mittelwert (Hier: 10) und die Mittelwerte aus den verschiedenen Simulationen verglichen.

Zur Veranschaulichung der Verbesserungen aufgrund von Simulationsergebnissen wird in einem kurzen Film die Situation der Fußgänger an der Kreuzung „Oxford Circus“ in London, an der pro Stunde über 40 000 Personen ankommen, gezeigt. Die Simulation hatte hier zu der Einrichtung von diagonalen Fußgängerüberwegen geführt. Die Kreuzung wird dafür jeweils in allen Richtungen für den Verkehr voll gesperrt und die Fußgänger können in dieser Zeit in allen Richtungen die Kreuzung überqueren.